EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* ….015**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze modulul numărului complex $\sqrt{3}+i$.

(4p) **b)** Să se calculeze lungimea segmentului cu extremitățile în punctele $A(4,1)$ și $C(1,4)$.

(4p) **c)** Să se calculeze $\sin\pi+\cos\pi$.

(4p) **d)** Să se determine lungimea medianei din A în triunghiul ABC, dacă vârfurile acestuia sunt $A(2,4)$, $B(-3,5)$, $C(1,-3)$.

(2p) **e)** Să se calculeze aria unui triunghi echilateral dacă perimetrul său este egal cu 12.

(2p) **f)** Să se calculeze $\sin 105^\circ$, folosind eventual formula $\sin(a+b)=\sin a\cdot\cos b+\cos a\cdot\sin b$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se rezolve în intervalul $(-\infty,1]$ ecuația $\sqrt{1-x}=2$.

(3p) **b)** Să se calculeze suma rădăcinilor polinomului $f=X^3+X+1$.

(3p) **c)** Să se rezolve în intervalul $\left(\frac{1}{2},\infty\right)$ ecuația $\log_5 x=\log_5(2x-1)$.

(3p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x+1}=8^x$.

(3p) **e)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n\in\{1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $\log_2 n>1$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=e^x-x+1$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$.

(3p) **d)** Să se arate că funcția f este convexă pe $\mathbf{R}$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n+\sqrt{n}}{n-\sqrt{n}}$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ şi $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

(4p) **a)** Să se calculeze determinantul şi rangul matricei A.

(4p) **b)** Să se determine matricele $X=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}$, $X\in M_{2,1}(\mathbf{C})$ pentru care $A\cdot X=\begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix}$.

(4p) **c)** Să se găsească o matrice $B\in M_2(\mathbf{C})$, $B\neq O_2$ cu proprietatea $A\cdot B=O_2$.

(2p) **d)** Să se calculeze produsul $C\cdot A$, unde $C=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 2 & -1\end{pmatrix}$.

(2p) **e)** Să se găsească o matrice $D\in M_2(\mathbf{C})$, $D\neq O_2$, astfel încât $A\cdot D=D\cdot A=O_2$.

(2p) **f)** Să se arate că, dacă matricea $X\in M_2(\mathbf{C})$ verifică relaţia $A\cdot X=X\cdot A=O_2$, atunci $(A+X)^n=A^n+X^n, \forall n\in\mathbf{N}^*$.

(2p) **g)** Să se arate că dacă matricea $Y\in M_2(\mathbf{C})$ este inversabilă, atunci $A\cdot Y\neq O_2$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcţia $f:(0,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^3}$ şi se definesc şirurile $(a_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ şi $(b_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$, $a_n=f(1)+f(2)+\ldots+f(n)$, $b_n=a_n+\frac{1}{2n^2}, \forall n\in\mathbf{N}^*$.

(4p) **a)** Să se determine $\int f(x)dx$, $x\in(0,\infty)$.

(4p) **b)** Să se arate că funcţia f este strict descrescătoare pe intervalul $(0,\infty)$.

(4p) **c)** Să se arate că şirul $(a_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ este strict crescător.

(2p) **d)** Să se determine ecuaţia asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

(2p) **e)** Să se arate că $\frac{1}{(k+1)^3}<\frac{1}{2k^2}-\frac{1}{2(k+1)^2}, \forall k>0$.

(2p) **f)** Să se arate că şirul $(b_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ este strict descrescător.

(2p) **g)** Să se arate că $1\le a_n<1{,}22\ \forall n\in\mathbf{N}^*$.